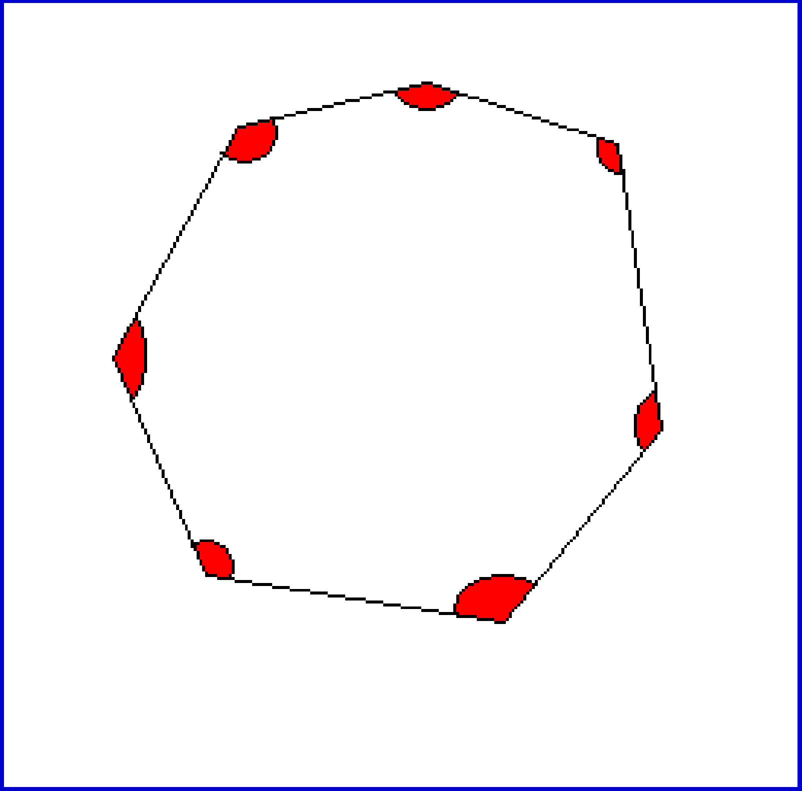
Teorema

La somma degli angoli interni (S_i) di un poligono convesso di n lati è pari a tanti angoli piatti quanti sono i suoi lati meno 2

$$S_i = (n-2) \cdot 180°$$

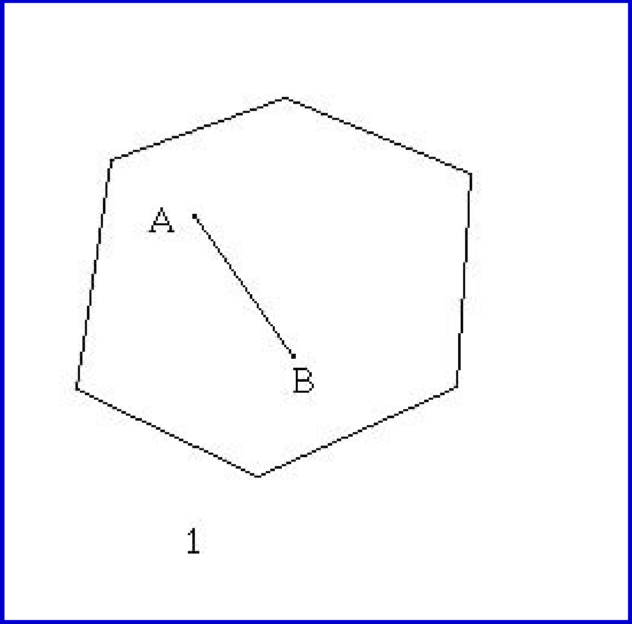
Si intende determinare la somma degli angoli interni di un poligono convesso.
Nell'esempio in figura la somma degli angoli indicati in colore

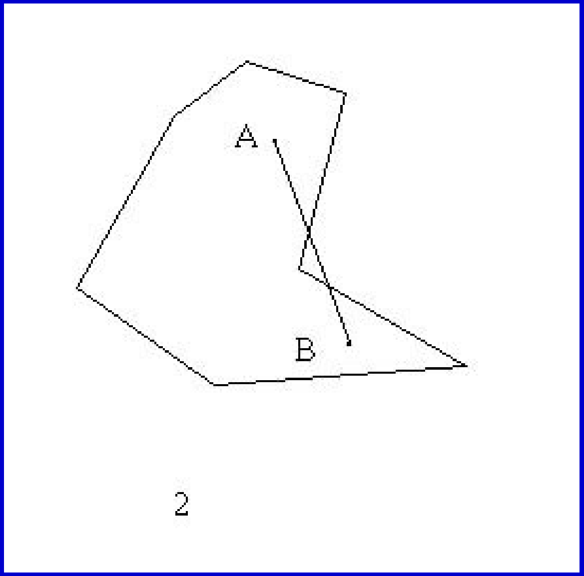


Si ricorda che una figura è convessa quando, presi 2 suoi punti qualunque, il segmento che li unisce risulta tutto interno alla figura

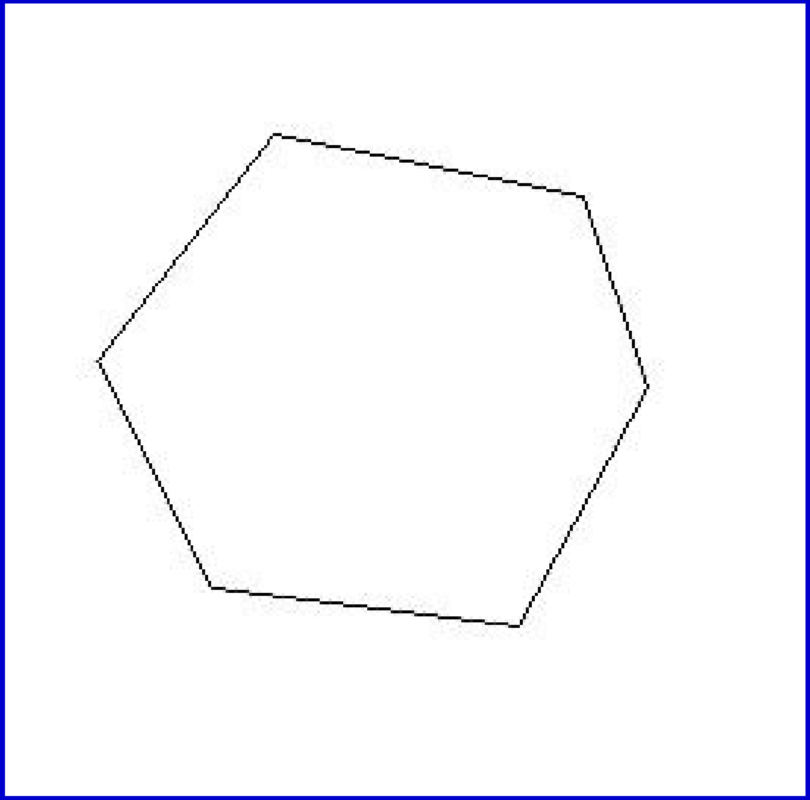
1) Figura convessa

2) Figura concava



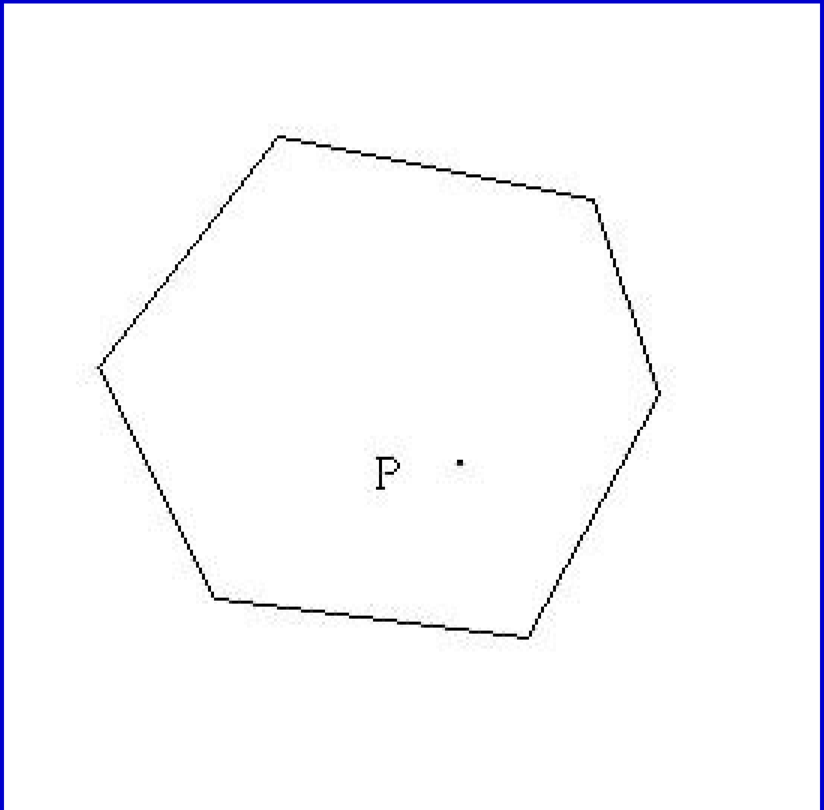


Consideriamo un poligono convesso di n lati



In figura, ovviamente, si è dovuto scegliere un certo numero di lati ma il ragionamento sarà palesemente valido per qualunque numero dei lati e perciò la conclusione sarà valida qualunque sia n. Ovviamente n dovrà essere un naturale >2 affinché si possa parlare di un poligono.

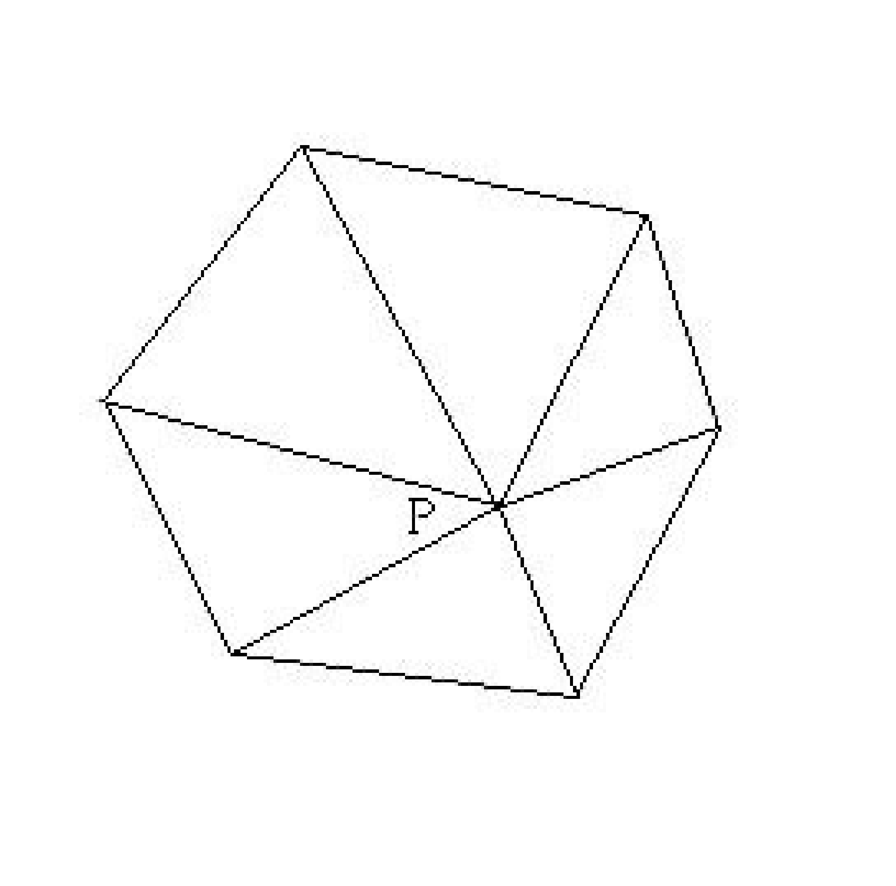
Consideriamo un qualunque P punto interno alla figura



Spesso lo studente afferma erroneamente che si deve scegliere il "centro" della figura.

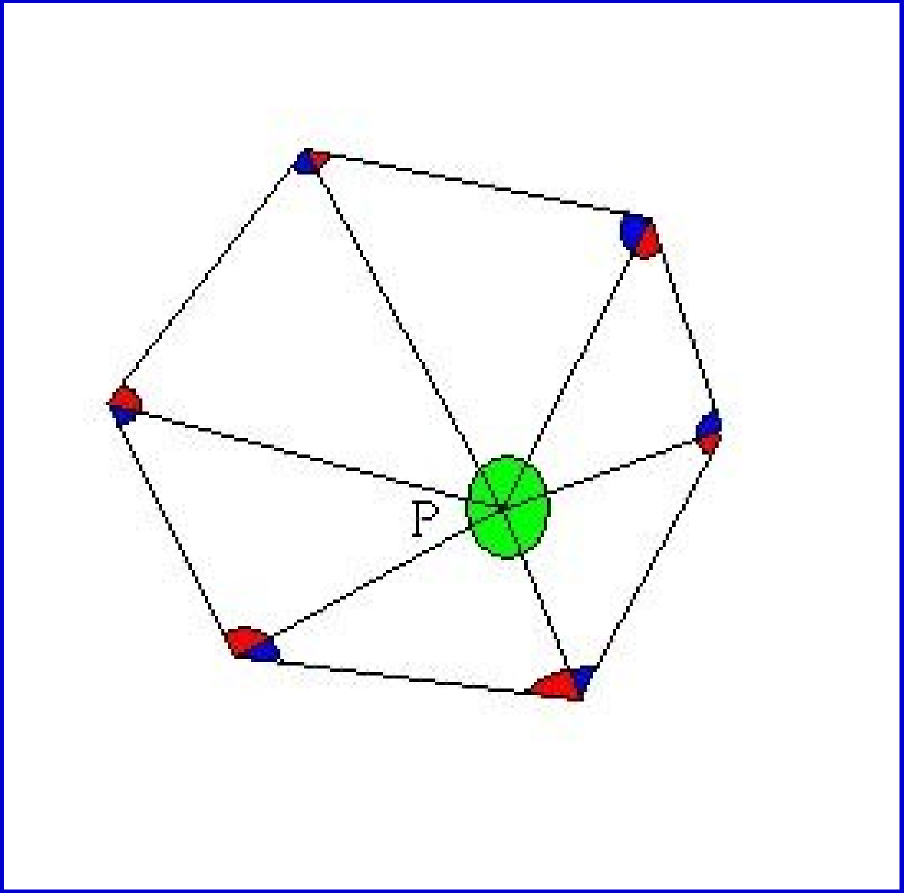
La cosa non solo non è affatto necessaria, ma è anche scorretta. Infatti non si è detto che il poligono debba essere regolare e quindi non è opportuno parlare di "centro"

Disegniamo tutti i segmenti che uniscono tutti i vertici al punto P

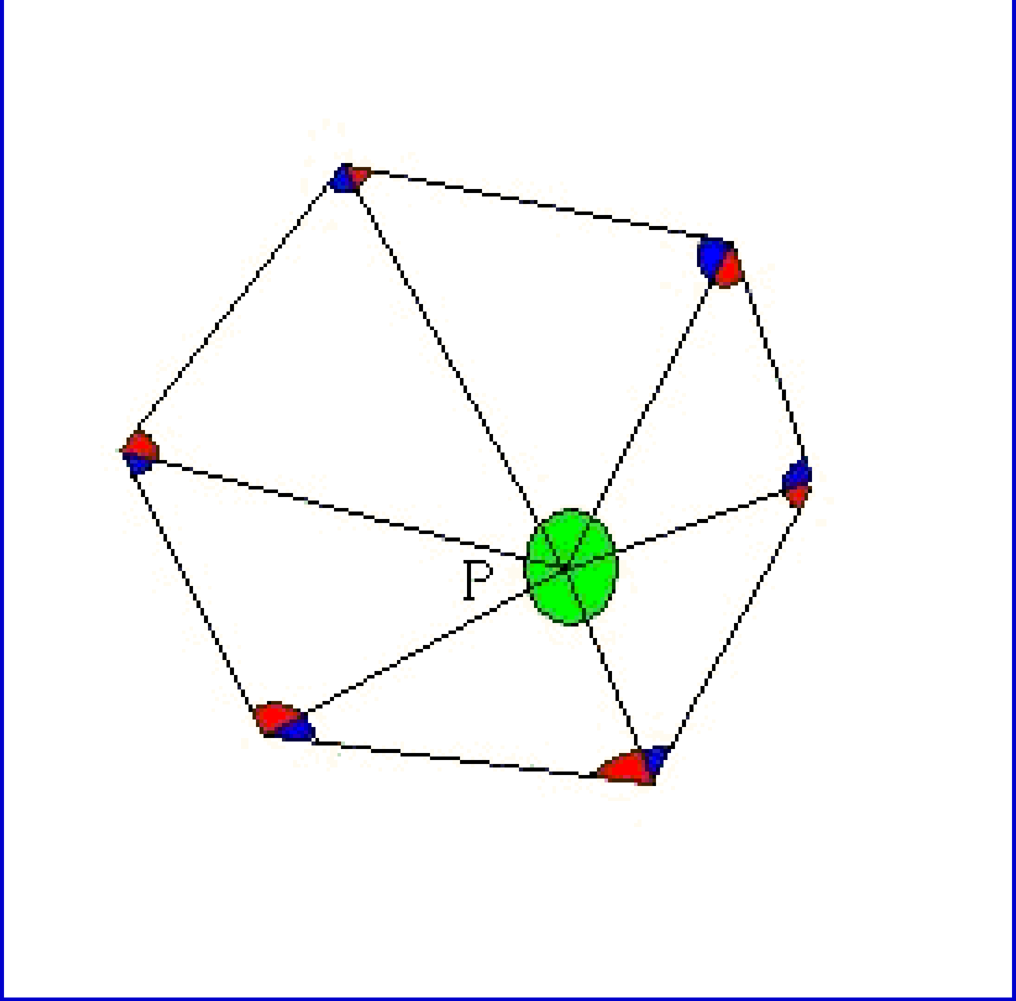


Questo procedimento è legittimo per il primo postulato di Euclide:
“Da qualsiasi punto si può condurre una retta a ogni altro punto”

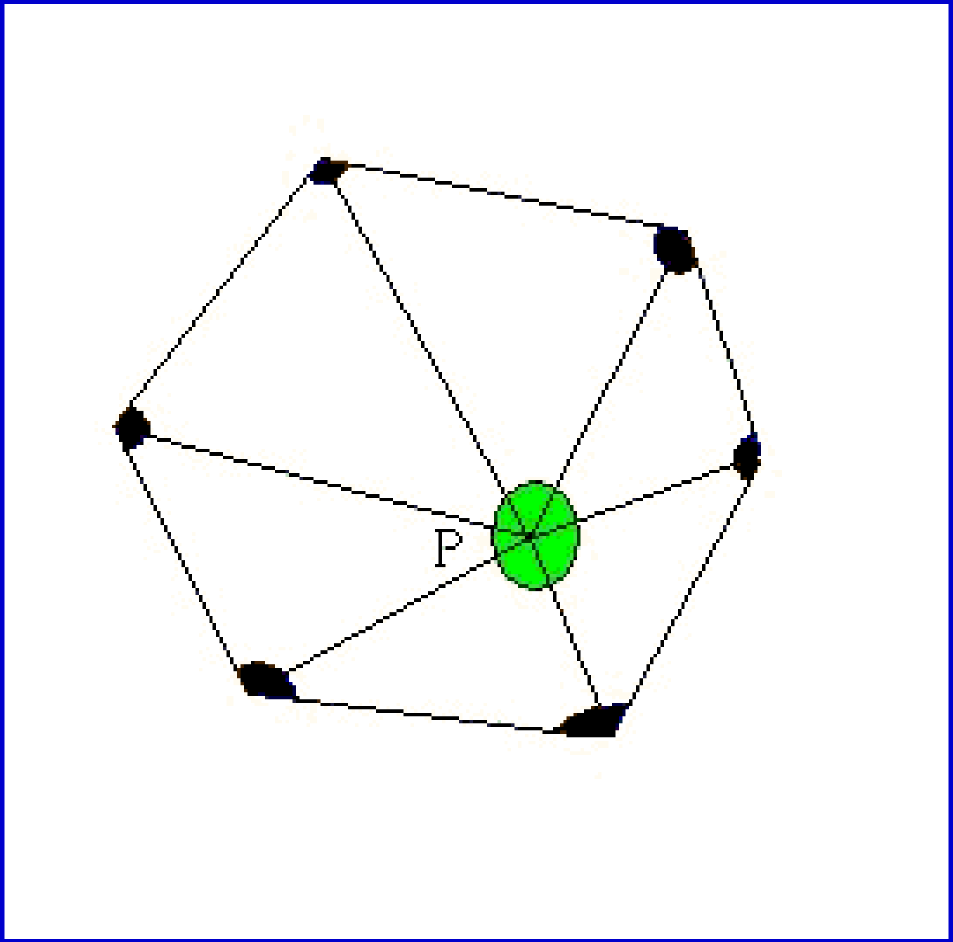
Si sono così formati n triangoli (tanti quanti sono i lati)



La somma degli angoli interni (rosso +verde+blu) di ognuno di questi triangoli è equivalente ad un angolo piatto



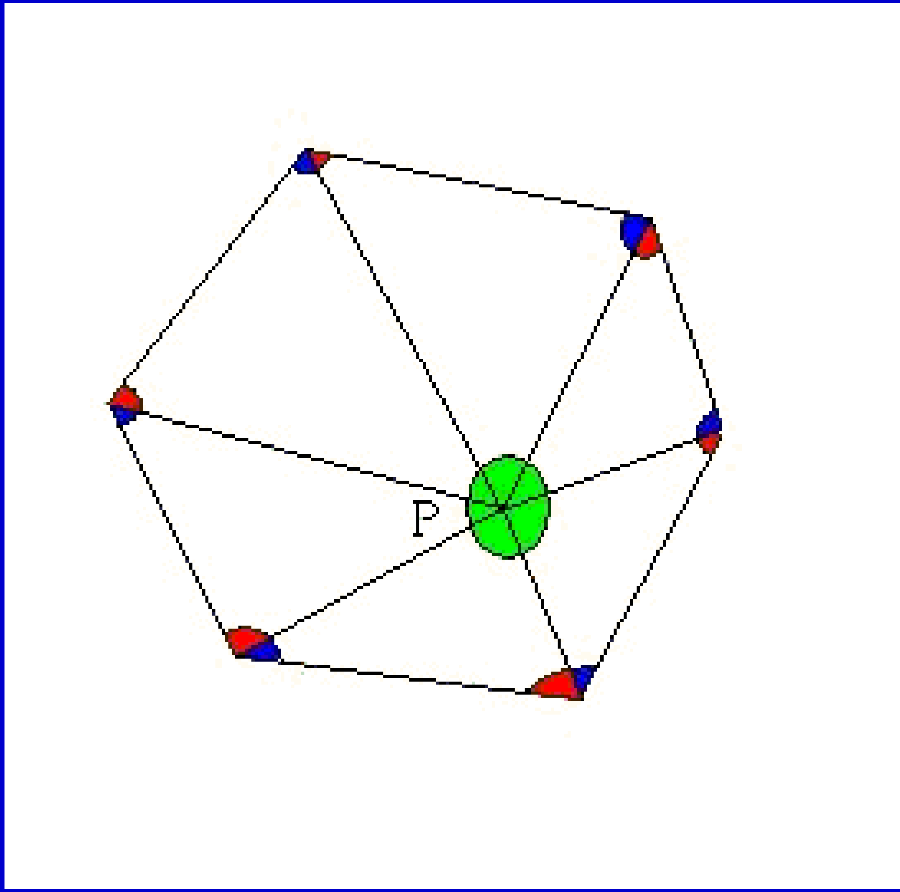
Dunque la somma di tutti gli angoli in colore (verdi+ rossi+ blu) nella figura è equivalente a n angoli piatti. In questa somma è però compresa anche la somma degli angoli (verdi) che hanno vertice in P e questi non fanno parte degli angoli interni del poligono che ci interessavano.



Questi angoli, che palesemente formano un angolo giro e quindi 2 angoli piatti, vanno dunque sottratti al totale di n angoli piatti che avevamo.

Riassumendo…

La somma di tutti gli angoli in colore è <u>n</u> angoli piatti (tanti quanti sono i triangoli, e tanti quanti sono i lati)



da questa somma dobbiamo sottrarre 2 angoli piatti (l'angolo giro di vertice P) per ottenere la somma degli angoli interni del poligono

$S_i = n \cdot 180° - 2 \cdot 180°$

$S_i = (n-2) \cdot 180°$

c.v.d.

Presentazione di Renato Palmas

www.martinosanna.de